

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ ТЕОРИЯ МЕРЫ И ИНТЕГРАЛА

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель освоения дисциплины

Курс призван дополнить полученные ранее знания студентов, рядом общих результатов, широко используемых современными математиками. Основное назначение данного курса по выбору связано с более глубоким изучением аппарата интегрального исчисления. Углубленное изучение этого раздела обоснованно выводит на новый уровень понимания математики вообще, на ясное осознание взаимной зависимости и взаимной обусловленности ее отдельных частей.

Целями освоения дисциплины «Теория меры и интеграла» являются:

- формирование систематических знаний о современных методах математики, её месте и роли в системе естественных наук;
- знакомство студентов с основами общей теории меры (мера на булевом полукольце, мера на булевом кольце, продолжение меры, интеграл Лебега);
- усвоение базисного языка современной теории интеграла (основы успешного освоения большинства математических курсов);
- развитие абстрактного мышления, пространственных представлений, вычислительной, алгоритмической культур и общей математической культуры.

1.2 Задачи дисциплины

Изучение дисциплины «Теория меры и интеграла» направлена на овладение следующими компетенциями:

ОК-6 способностью к самоорганизации и самообразованию;

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов;

ПК-4 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов.

В соответствие с этим ставятся следующие задачи дисциплины:

- стимулирование формирования общекультурных компетенций бакалавра через развитие культуры мышления в аспекте применения на практике современных методов математики;
- расширение систематизированных знаний в области математики для обеспечения возможности использовать знаний современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач;
- обеспечение условий для активизации познавательной деятельности студентов и формирование у них опыта использования количественных методов для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса.

1.3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория меры и интеграла» относится к вариативной части профессионального цикла и входит в него в качестве курса по выбору. Программа этой дисциплины предполагает первоначальное знакомство студентов с основами теории булевых алгебр, теории мер на булевых алгебрах и общей теорией интегралов. Отличительная особенность рассматриваемого материала заключается в широком использовании общематематических моделей, интегрирующих в себе аппарат различных отраслей математики (булевы алгебры, кольца

множеств, алгебры высказываний, алгебры булевых функций и т.д.). В то же время, настоящий курс построен на параллелях и существенно опирается на знания студентов конкретных алгоритмов, закономерностей, теорем и т.д. На практических занятиях вырабатываются навыки оперирования с множествами как с объектами булевой алгебры. На лекциях рассматриваются различные меры и методы их продолжения (по Жордану, по Лебегу). Особое значение имеет общая теория интеграла, определяемого как мера подграфика функции. В качестве промежуточной аттестации по данному курсу предусматривается зачет.

Содержание курса направлено на совершенствование подготовки преподавателей для средней школы, школ-лицеев, школ-гимназий, на возрастающие требования к качеству подготовки и разнообразию специалистов с высшим образованием в условиях рынка образовательных услуг, рациональному сочетанию их теоретических знаний с умением решать практические вопросы.

Для освоения дисциплины «Теория меры и интеграла» используются знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, полученные и сформированные в ходе изучения следующих математических дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Геометрия», «Теория функций действительного переменного», «Теория функций комплексного переменного».

Освоение данной дисциплины является основой для последующего изучения учебных дисциплин: «Дифференциальные уравнения» «Теория чисел», «Математическая логика», «Числовые системы», а также курсов по выбору студентов, содержание которых связано с готовностью студента углубить свои знания в области современной математики.

1.4 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на овладение следующими компетенциями:

ОК-6 способностью к самоорганизации и самообразованию;

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов;

ПК-4 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов.

№	Индекс компетенции	Содержание компетенции (или её части)	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		
			знать	уметь	владеть
1.	ОК-6	– способностью к самоорганизации и самообразованию;	– основные понятия: теории булевых алгебр (определение булевой алгебры и определения сопутствующих понятий, определение меры на булевой алгебре, определение интеграла по мере)	– правильно формулировать и решать задачи первичными средствами теории меры (доказывать булевы тождества и неравенства средствами булевой алгебры, решать простейшие булевы уравнения, распознавать меры, переходить от мер к их продолжениям, вычислять интегралы Лебега на основе	– начальными положениями классических разделов теории меры (языком теории булевых алгебр, языком мер, определенных на булевой алгебре, понятием продолжения меры, общим понятием интеграла по мере)

				сравнения с интегралом Римана)	
2.	ПК-1 ПК-4	– готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов – способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов.	– первичные понятия и методы теории меры и интеграла; – основные понятия теории булевых алгебр	– используя полученные знания, решать прикладные и воспитательные задачи, связанные с основными понятиями курса; – использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса	– основными понятиями школьного курса математики, связанными с оперированием множествами и их мерами (длина, площадь, заряд, масса)

2 Структура и содержание дисциплины

2.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачётных ед. (144 часа), их распределение по видам работ представлено в таблице

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры 7
Контактная работа		48,2	48,2
Аудиторные занятия:		44	44
Занятия лекционного типа		18	18
Занятия семинарского типа (семинары, практические занятия)		26	26
Лабораторные занятия		-	-
Иная контактная работа		4,2	4,2
Контроль самостоятельной работы		4	4
Промежуточная аттестация		0,2	0,2
Самостоятельная работа		95,8	95,8
Курсовое проектирование (курсовая работа)		-	-
Проработка учебного (теоретического) материала		50	50
Подготовка к текущему контролю		45,8	45,8
Контроль		-	-
Подготовка к экзамену		-	-
Общая трудоемкость	час.	144	144
	зачетных ед.	4	4

2.2 Структура дисциплины

Распределение трудоёмкости по разделам дисциплины приведено в таблице.

№	Наименование разделов	Всего	Количество часов			
			Аудиторная работа			Внеаудиторная работа
			ЛК	ПЗ	ЛР	СРС
1	Булевы алгебры. Примеры булевых алгебр	34	6	8	-	20
2	Полукольца, кольца, алгебры	34	6	8	-	20
3	Меры на булевых алгебрах. Меры в $\mathbf{R}^n$	26	2	6	-	18
4	Продолжения меры	22	2	2	-	18
5	Интеграл Лебега	23,8	2	2	-	19,8
Итого по дисциплине		139,8	18	26	-	95,8

Примечание: ЛК – лекции, ПЗ – практические занятия / семинары, ЛР – лабораторные занятия, СРС – самостоятельная работа студента.

2.3 Содержание разделов дисциплины

2.3.1 Занятия лекционного типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Булевы алгебры. Примеры булевых алгебр	Определение булевой алгебры и сопутствующие понятия. Следствия определения. Производные бинарные операции. Частичный порядок в булевой алгебре. Бесконечные суммы и произведения. Примеры булевых алгебр. Алгебра множеств. Алгебра событий. Алгебра высказываний. Алгебра булевых функций.	УП, Т
2	Полукольца, кольца, алгебры	Булево кольцо. Булево полукольцо. Кольцо, порождаемое полукольцом. Подкольца, подалгебры.	УП, Т
3	Меры на булевых алгебрах. Меры в $\mathbf{R}^n$	Определение меры. Свойства мер. Аддитивность и счетная аддитивность. Непрерывность меры. Ограниченные промежутки. Промежутки в $\mathbf{R}^n$. Длина, площадь, объем, многомерный объем.	УП, Т
4	Продолжения меры	Продолжение меры по Жордану. Внешняя мера Жордана. Внутренняя мера Жордана. Свойства внутренней и внешней мер Жордана. Множества измеримые по Жордану. Мера Жордана. Счетная аддитивность меры Жордана. Непрерывность меры Жордана. Продолжение меры по Лебегу. Внешняя мера Лебега. Внутренняя мера Лебега. Свойства внутренней и внешней мер Лебега. Множества измеримые по Лебегу. Мера Лебега. Счетная аддитивность и непрерывность меры Лебега. Сравнение мер Лебега и Жордана. Случай	УП, Т

		неограниченных множеств. Измеримость открытых, замкнутых и борелевских множеств.	
5	Интеграл Лебега	Общее определение интеграла Лебега. Свойства интеграла Лебега.	УП, Т

Примечание: УП – устный (письменный) опрос, Т – тестирование, ПР – практическая работа.

2.3.2 Занятия семинарского типа

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущего контроля
1	Булевы алгебры. Примеры булевых алгебр	– аксиоматика булевой алгебры (следствия); – доказательство булевых тождеств; – доказательство булевых неравенств; – производные бинарные операции (доказательство основных тождеств); – бесконечные суммы и произведения (доказательства основных тождеств)	ПР, Т
2	Полукольца, кольца, алгебры	– примеры булевых колец, полуколец; – описание булевых колец, порождаемых полукольцами; – решение булевых уравнений; – решение булевых неравенств (содержащих переменную)	ПР, Т
3	Меры на булевых алгебрах. Меры в $\mathbf{R}^n$	– свойства мер (изотонность, полуаддитивность, аддитивность, счетная полуаддитивность, счетная аддитивность); – непрерывность меры; – длина, площадь, объем, многомерный объем	ПР, Т
4	Продолжения меры	– свойства внутренней и внешней мер Жордана; – множества измеримые по Жордану; – свойства внутренней и внешней мер Лебега; – множества измеримые по Лебегу; – измеримость открытых, замкнутых и борелевских множеств	ПР, Т
5	Интеграл Лебега	– свойства интеграла Лебега; – применение интеграла Лебега	ПР, Т

2.3.3 Лабораторные занятия

Лабораторные занятия не предусмотрены учебным планом.

2.3.4 Примерная тематика курсовых работ

Курсовые работы не предусмотрены учебным планом.

2.4 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

№	Вид СРС	Перечень учебно-методического обеспечения дисциплины по выполнению самостоятельной работы
---	---------	---

1	Подготовка к практическим (семинарским) занятиям	1. Шишкин, А. Б. Булевы алгебры. Меры Жордана и Лебега: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественно-математическим профилям педагогического образования / А. Б. Шишкин. – Славянск-на-Кубани: Филиал Кубанского гос. ун-та в г. Славянске-на-Кубани, 2017. – 64 с. 2. Смолин, Ю. Н. Введение в теорию функций действительной переменной [Электронный ресурс]: учеб. пособие – Электрон. дан. – Москва: ФЛИНТА, 2012. – 516 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/20242 3. Натансон, И.П. Теория функций вещественной переменной [Электронный ресурс]: учеб. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2008. – 560 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/284.
2	Подготовка к коллоквиумам	1. Шишкин, А. Б. Булевы алгебры. Меры Жордана и Лебега: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественно-математическим профилям педагогического образования / А. Б. Шишкин. – Славянск-на-Кубани: Филиал Кубанского гос. ун-та в г. Славянске-на-Кубани, 2017. – 64 с.
3	Подготовка к тестированию (текущей аттестации)	1. Шишкин, А. Б. Булевы алгебры. Меры Жордана и Лебега: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественно-математическим профилям педагогического образования / А. Б. Шишкин. – Славянск-на-Кубани: Филиал Кубанского гос. ун-та в г. Славянске-на-Кубани, 2017. – 64 с.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,

Данный перечень может быть дополнен и конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

3 Образовательные технологии

С целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки, для реализации компетентного подхода программа предусматривает широкое использование в учебном процессе следующих форм учебной работы:

– активные формы (лекция, вводная лекция, обзорная лекция, заключительная лекция, презентация);

- интерактивные формы (практическое занятие, семинар, компьютерная симуляция, коллоквиум);
- внеаудиторные формы (консультация, практикум, самостоятельная работа, подготовка реферата, написание курсовой работы);
- формы контроля знаний (групповой опрос, контрольная работа, практическая работа, тестирование, коллоквиум, зачёт, экзамен).

3.1 Образовательные технологии при проведении лекций

Лекция – одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой устное, монологическое, систематическое, последовательное изложение преподавателем учебного материала. Она предшествует всем другим формам организации учебного процесса, позволяет оперативно актуализировать учебный материал дисциплины. Для повышения эффективности лекций целесообразно воспользоваться следующими рекомендациями:

- четко и ясно структурировать занятие;
- рационально дозировать материал в каждом из разделов;
- использовать простой, доступный язык, образную речь с примерами и сравнениями;
- отказаться, насколько это возможно, от иностранных слов;
- использовать наглядные пособия, схемы, таблицы, модели, графики и т. п.;
- применять риторические и уточняющие понимание материала вопросы;
- обращаться к техническим средствам обучения.

№	Тема	Виды применяемых образовательных технологий	Кол. час
1.1	Булевы алгебры	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, использование средств мультимедиа, лекции с проблемным изложением, эвристическая беседа	4*
1.2	Примеры булевых алгебр	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, использование средств мультимедиа	2
2	Полукольца, кольца, алгебры	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, использование средств мультимедиа	6
3	Меры на булевых алгебрах. Меры в $\mathbf{R}^n$	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, использование средств мультимедиа	2
4	Продолжения меры	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, использование средств мультимедиа	2
5	Интеграл Лебега	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, использование средств мультимедиа	2
Итого по курсу			18
в том числе интерактивное обучение*			4

3.2 Образовательные технологии при проведении практических занятий

Практическое (семинарское) занятие – основная интерактивная форма организации учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помочь обучающимся освоиться в «пространстве» дисциплины; самосто-

ятельно оперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале. Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции.

№	Тема	Виды применяемых образовательных технологий	Кол. час
1	Булевы алгебры. Примеры булевых алгебр	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, работа в малых группах, семинары в форме дискуссий, дебатов	8*
2	Полукольца, кольца, алгебры	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, работа в малых группах, семинары в форме дискуссий, дебатов	8
3	Меры на булевых алгебрах. Меры в $\mathbf{R}^n$	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, работа в малых группах	6
4	Продолжение меры	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, работа в малых группах	2
5	Интеграл Лебега	аудиовизуальная технология, репродуктивная технология, работа в малых группах, семинары в форме дискуссий, дебатов	2*
Итого по курсу			26
в том числе интерактивное обучение*			10

4 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля

4.1.1 Рейтинговая система оценки текущей успеваемости студентов

№	Наименование раздела	Виды оцениваемых работ	Максимальное кол-во баллов
1	Булевы алгебры. Примеры булевых алгебр. Полукольца, кольца, алгебры	Практическая работа	10
		Устный (письменный) опрос	3
		Активная работа на занятиях	2
2	Меры на булевых алгебрах. Меры в $\mathbf{R}^n$. Продолжения меры. Интеграл Лебега	Практическая работа	10
		Устный (письменный) опрос	3
		Активная работа на занятиях	2
3	По всем разделам	Коллоквиум	30
4	Текущая аттестация по всем	Компьютерное тестирование	40

	разделам		
ВСЕГО			100

4.1.2 Примерные вопросы для устного опроса

1. Непустая совокупность множеств называется кольцом, если она замкнута относительно операций: « $\cup$ », « $\cap$ », « $\setminus$ » - разность; « $\cup$ », « $\cap$ », « Δ » - симметрическая разность; « $\cap$ », « Δ » - симметрическая разность. Какое из этих определений верно?
а) все, б) только первое, в) только первое и второе.
2. Какое из утверждений не является верным? Длина элементарных множеств обладает свойством σ -аддитивности. Совокупность элементарных множеств является σ -кольцом. Длина элементарных множеств является мерой.
а) первое и второе, б) второе, в) все верны.
3. Какое из утверждений не является верным? Внешняя мера Лебега является мерой; обладает свойством полуаддитивности; обладает свойством счетной полуаддитивности; является изотонной.
а) первое, б) первое и последнее, в) все верны, г) все неверны.
4. Какое из утверждений не является верным? Внутренняя мера Лебега является мерой; обладает свойством полуаддитивности; обладает свойством счетной полуаддитивности; является изотонной.
а) первое, б) первое и последнее, в) все кроме последнего, г) все верны.
5. Какое из утверждений не является верным? Мера Лебега является мерой; обладает свойством полуаддитивности; обладает свойством счетной полуаддитивности; обладает свойством счетной аддитивности; является изотонной, является непрерывной.
а) первое, б) первое и последнее, в) все кроме последнего, г) все верны.
6. Длина отрезка совпадает с его: мерой Жордана; мерой Лебега; внешней мерой Жордана; внутренней мерой Лебега. Какое из этих утверждений неверно?
а) последнее, б) последнее и предпоследнее, в) все верны, г) все неверны.
7. Площадь круга совпадает с его: мерой Жордана; мерой Лебега; внешней мерой Жордана; внутренней мерой Лебега. Какое из этих утверждений неверно?
а) последнее, б) последнее и предпоследнее, в) все верны, г) все неверны.
8. Всякое счетное множество: измеримо по Жордану; измеримо по Лебегу и имеет нулевую меру.
а) верны оба утверждения, б) верно только второе утверждение, в) верно только первое утверждение, г) оба утверждения неверны.
9. Какое из утверждений не является верным. Всякое замкнутое множество измеримо по Лебегу. Всякое открытое множество измеримо по Лебегу. Всякое борелевское множество измеримо по Лебегу.
а) первое и последнее, б) первое, в) последнее, г) все верны.
10. Какова мера Лебега множества точек из отрезка $[0,1]$, допускающих представление в виде десятичной дроби без использования цифры 2?
а) 1, б) 0, в) $1/10$, г) $9/10$.
11. Какова мера Лебега множества точек из отрезка $[0,1]$, не допускающих представление в виде десятичной дроби без использования цифры 2?
а) 1, б) 0, в) $1/10$, г) $9/10$.
12. Какова мера Лебега множества точек из отрезка $[0,1]$, допускающих представление в виде десятичной дроби без использования цифр 0 и 1?
а) 1, б) 0, в) $1/10$, г) $9/10$.

4.1.3 Примерные тестовые задания для текущей аттестации

1. Продолжите равенство $A + 1 =$.
1) A ;

$$2) = 1;$$

$$3) = 0;$$

$$4) = \overline{A}.$$

2. При переходе от определения внешней меры Жордана к определению внешней меры Лебега совокупность покрытий множества...

1) расширяется;

2) сужается;

3) не меняется;

4) не имеет значения.

3. Выберите правильное утверждение:

1) не всякое булево кольцо содержит 1;

2) если булево кольцо содержит 0, то его называют алгеброй;

3) всякое булево кольцо содержит 1;

4) если булево кольцо содержит 0, то его называют алгеброй.

4. Укажите аксиому из определения булевой алгебры по Р. Столлу:

1) если $A\overline{B} = C\overline{C}$, то $AB=A$;

2) если $A\overline{B}=B\overline{C}$, то $AB=A$;

3) если $A\overline{B}=C\overline{C}$, то $AB=C$;

4) если $A\overline{B}=A\overline{C}$, то $AB=C$.

5. Перечислите булевы операции в алгебре событий:

1) $A+B$, AB , $\overline{A}$;

2) $A+B$, $A-B$, AB ;

3) AB , $A+B$, $\overline{A}$;

4) $A-B$, $A\setminus B$, $\overline{A}$;

6. Укажите закон совместимости:

а) $A+B=B \leftrightarrow A \cdot B=A$.

б) $A+B=B \leftrightarrow A \cdot B=B$

в) $A+B=A \leftrightarrow A \cdot B=A$

г) $A+B=B \leftrightarrow A \cdot B=B$

7. Укажите 4-й закон де Моргана:

а) $A+A \cdot \overline{B}=A+B$.

б) $A \cdot B=A+B$

в) $A+A \cdot \overline{B}=A+B$

г) $A+A \cdot \overline{B}=A+\overline{B}$

8. Указать 1-й закон де Моргана:

а) $(A+B)^- = A^- \cdot B^-$.

б) $A^+ \cdot B^+ = A^+ \cdot B^+$

в) $(A+B)^- = (A \cdot B)^-$

г) $A+B=A^- \cdot B^-$

9. Если Булево кольцо содержит единицу, то:

а) оно является Булевой алгеброй и кольцо называется алгеброй;

б) оно не содержит ноль;

в) оно не является Булевой алгеброй.

10. Кольцо $R(S)$ называется кольцом, порождаемым совокупностью S , если:

а) оно является минимальным кольцом, содержащим совокупность S ;

б) оно является максимальным кольцом, содержащим совокупность S ;

в) не является подкольцом R ;

г) оно является подкольцом, содержащим совокупность S .

11. Аксиомы Булевой алгебры – коммутативность:

а) $A+B=B+A$, $A \times B=B \times A$;

- б) $A+(B+C) = (A+B)+C$, $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$;
 в) $A+A=A$, $A \times A=A$;
 г) $A \times (B+C) = A \times B + A \times C$, $A+(B \times C) = (A+B) \times (A+C)$.

12. Аксиомы Булевой алгебры – ассоциативность:

- а) $A+B=B+A$, $A \times B=B \times A$;
 б) $A+(B+C) = (A+B)+C$, $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$;
 в) $A+A=A$, $A \times A=A$;
 г) $A \times (B+C) = A \times B + A \times C$, $A+(B \times C) = (A+B) \times (A+C)$.

4.1.4 Примерные задания для практической работы студентов

1. Рассмотреть бинарное отношение, определяемое так: $A \leq B$ тогда и только тогда, когда $A+B=B$ и показать, что оно удовлетворяет аксиомам частичного порядка. Для любых A, B, C из булевой алгебры A

- 1) $A \leq A$ (рефлексивность);
 2) если $A \leq B$ и $B \leq A$, то $A=B$ (антисимметричность);
 3) если $A \leq B$ и $B \leq C$, то $A \leq C$ (транзитивность).

2. Доказать, что во всякой булевой алгебре $A+B=\sup\{A,B\}$, $A \cdot B=\inf\{A,B\}$.

3. Доказать, что во всякой булевой алгебре выполнены соотношения

$$\sum_{i=1}^n A_i = A_1 + \dots + A_n = \sup\{A_1, \dots, A_n\},$$

$$\prod_{i=1}^n A_i = A_1 \cdot \dots \cdot A_n = \inf\{A_1, \dots, A_n\}$$

(указание: доказать, что $\sup\{A_1, \dots, A_n\} = \sup\{\sup\{A_1, \dots, A_{n-1}\}, A_n\}$, $\inf\{A_1, \dots, A_n\} = \inf\{\inf\{A_1, \dots, A_{n-1}\}, A_n\}$, и воспользоваться методом математической индукции).

4. Доказать, что во всякой булевой α -алгебре A выполняются бесконечные законы де Моргана:

$$\overline{\sum_{\alpha} A_{\alpha}} = \prod_{\alpha} \overline{A_{\alpha}} \quad (\text{первый закон});$$

$$\overline{\prod_{\alpha} A_{\alpha}} = \sum_{\alpha} \overline{A_{\alpha}} \quad (\text{второй закон}).$$

5. Доказать, что во всякой булевой α -алгебре A выполняются бесконечные дистрибутивные законы:

$$A \cdot \sum_{\alpha} A_{\alpha} = \sum_{\alpha} A \cdot A_{\alpha};$$

$$A + \prod_{\alpha} A_{\alpha} = \prod_{\alpha} (A + A_{\alpha})$$

6. Показать, что для A_1, A_2, B_1, B_2 из булевой алгебры A выполнены соотношения:

$$A_1 \leq A_2 + (A_1 \Delta A_2), \quad A_1 \leq A_2 + (A_1 - A_2);$$

$$(A_1 + A_2) \Delta (B_1 + B_2) \leq (A_1 \Delta A_2) + (B_1 \Delta B_2);$$

$$B_1 B_2 \leq (A_1 \Delta B_1) + (A_2 \Delta B_2);$$

$$(A_1 + A_2) \Delta (B_1 + B_2) \leq (A_1 \Delta B_1) + (A_2 \Delta B_2);$$

$$(A_1 - A_2) \Delta (B_1 - B_2) \leq (A_1 \Delta B_1) + (A_2 \Delta B_2).$$

7. Показать, что в любой булевой α -алгебре имеет место формула

$$\prod_{\alpha} A_{\alpha} = 1 - \sum_{\alpha} (1 - A_{\alpha}).$$

4.1.5 Вопросы к коллоквиуму

1. Определение булевой алгебры

2. Основные следствия определения булевой алгебры.
3. Производные бинарные операции (разность, симметрическая разность).
4. Частичный порядок в булевой алгебре.
5. Грани и точные грани в булевых алгебрах.
6. Бесконечные суммы и произведения.
7. Решение булевых равенств.
8. Решение булевых неравенств.
9. Примеры булевых колец. Булево полукольцо.
10. Кольцо, порождаемое полукольцом.
11. Подкольца, подалгебры.
12. Примеры мер на булевых алгебрах.
13. Длина, площадь, объем.
14. Вероятность. Масса.
15. Произведение мер.
16. Объем n -мерного куба.
17. n -мерный объем.
18. Мера Жордана в $\mathbb{R}^n$.
19. Объем n -мерного шара.
20. Вычисление мер Жордана.
21. Мера Лебега в $\mathbb{R}^n$.
22. Сравнение мер Лебега и Жордана.
23. Случай неограниченных множеств.
24. Вычисление мер Лебега на основе сравнения с мерой Жордана.
25. Сравнение интегралов Лебега и Римана.
26. Вычисление интегралов Лебега на основе сравнения с интегралом Римана.

4.2 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

4.2.1 Вопросы на зачет

1. Определение булевой алгебры.
2. Бинарные операции и сопутствующие понятия.
3. Частичный порядок в булевой алгебре.
4. Бесконечные суммы.
5. Бесконечные произведения.
- 6.. Булево кольцо.
7. Булево полукольцо.
- 8.. Кольцо, порождаемое полукольцом.
9. Определение меры.
10. Аддитивность и счетная аддитивность.
11. Непрерывность меры.
12. Мера элементарного множества.
13. Свойства меры элементарного множества.
14. Внешняя мера Жордана.
- 15.. Внутренняя мера Жордана.
16. Свойства внутренней меры Жордана.
17. Свойства внутренней и внешней мер Жордана.
18. Множества измеримые по Жордану.
19. Мера Жордана.
20. Счетная аддитивность меры Жордана.
21. Непрерывность меры Жордана.
22. Внешняя мера Лебега.
23. Внутренняя мера Лебега.

24. Свойства внутренней меры Лебега.
25. Свойства внешней меры Лебега.
26. Множества измеримые по Лебегу.
27. Мера Лебега.
28. Счетная аддитивность меры Лебега.
29. Непрерывность меры Лебега.
30. Сравнение мер Лебега и Жордана.
31. Случай неограниченных множеств.
32. Измеримость открытых, замкнутых и борелевских множеств.
33. Общее определение интеграла Лебега.
34. Свойства интеграла Лебега.

4.2.2 Критерии оценки по промежуточной аттестации (зачет)

Промежуточная аттестация в 3 семестре осуществляется в форме зачета и организуется в соответствии с утвержденным рабочим учебным планом, рабочей программой дисциплины и расписанием. Студенты очной формы обучения обязаны сдать зачет до начала экзаменационной сессии. Зачет проводится во время последних аудиторных занятий или в дополнительно назначенное время. Не сдача до начала сессии зачета не является основанием для не допуска к экзаменам. Не сдача зачета является академической задолженностью. Повторная сдача (пересдача) зачета возможна только после окончания экзаменационной сессии в соответствии с утвержденным деканом расписанием пересдач. Форм проведения зачета – устная, письменная и др. – устанавливаются преподавателем и доводятся до сведения студентов в начале семестра.

Зачет может быть получен по результатам выполнения практических заданий и/или выступлений студентов на семинарских и практических занятиях. По результатам сдачи зачета выставляется оценка «зачтено»/«не зачтено». Оценка «не зачтено» выставляется только в экзаменационную ведомость. Зачетная ведомость выдается преподавателю в день зачета и возвращается им за три дня до начала экзаменационной сессии. Преподаватель обязан указывать в зачетной книжке студента количество зачетных единиц трудоемкости (ЗЕТ), отводимых учебным планом на изучение данной дисциплины.

Студент обязан явиться к началу зачета в соответствии с расписанием и предъявить преподавателю зачетную книжку. При отсутствии зачетной книжки у студента экзаменатор не имеет права принимать у него зачет. Такой студент считается не явившимся на зачет. В исключительных случаях, на основании распоряжения декана (директора института, филиала) преподаватель может допустить студента к зачету при наличии документа, удостоверяющего личность. В целях объективного оценивания знаний во время проведения зачетов не допускается наличие у студентов посторонних предметов и технических устройств. Студенты, нарушающие правила поведения при проведении зачетов, могут быть незамедлительно удалены из аудитории, к ним могут быть применены меры дисциплинарного воздействия. Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине (модулю) предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

5 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1 Основная литература

1. Шишкин, А. Б. Булевы алгебры. Меры Жордана и Лебега : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по естественно-математическим профилям педагогического образования / А. Б. Шишкин. – Славянск-на-Кубани : Филиал Кубанского гос. ун-та в г. Славянске-на-Кубани, 2017. – 64 с.
2. Далингер, В. А. Теория функций действительного переменного : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2016. — 242 с. — (Серия : Университеты России). — ISBN 978-5-9916-8999-1. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/7B6B24B2-DE5A-4A64-AEAD-73C22841B340.

5.2 Дополнительная литература

1. Александров, П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию [Электронный ресурс] : учеб. пособие – Электрон. дан. – Санкт-Петербург : Лань, 2010. – 368 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/530>. – Загл. с экрана.
2. Авраменко, В.С. Теория функций действительного переменного : учебное пособие / В.С. Авраменко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина». – Елец : Елецкий государственный университет им И.А. Бунина, 2011. – Ч. 1. – 100 с. – Библиогр. в кн. ; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=271996>
3. Зализняк, В.Е. Теория и практика по вычислительной математике : учебное пособие / В.Е. Зализняк, Г.И. Щепановская ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Сибирский Федеральный университет. – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2012. – 174 с. : табл. – ISBN 978-5-7638-2498-8 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=229271>
4. Сухинов, А.И. Лекции по функциональному анализу : учебное пособие / А.И. Сухинов, И.П. Фирсов ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное агентство по образованию, Технологический институт Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет». – Ростов-н/Д : Издательство Южного федерального университета, 2009. – 190 с. – ISBN 978-5-9275-0671-2 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=241073>
5. Данилин, А.Р. Функциональный анализ : учебное пособие / А.Р. Данилин. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2012. – 200 с. – ISBN 978-5-7996-0720-3 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=239528>
6. Ревина, С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учебное пособие / С.В. Ревина, Л.И. Сазонов ; Федеральное агентство по образованию Российской Федерации, Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Южный федеральный университет". – Ростов-н/Д : Издательство Южного федерального университета, 2009. – 120 с. – библиогр. с. С. 118-119. – ISBN 978-5-9275-0683-5 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=240944>

5.3 Периодические издания

1. Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Сер. Естественные науки. – URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1559120>
2. Вестник Псковского государственного университета. Серия: Естественные и физико-математические науки. – URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=37511>
3. Вестник Московского Университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. - URL: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9166>
4. Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. URL: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/71227/udb/2630>
5. Информатика и образование. - URL: <http://dlib.eastview.com/browse/publication/18946/udb/1270>
6. Информатика, вычислительная техника и инженерное образование. - URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1567393>
7. Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1. Математика. Физика. (Математическая физика и компьютерное моделирование) – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=journal_red&jid=279797; <http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=10018>
8. Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=9761>
9. Вестник Московского Университета. Серия 1. Математика. Механика. - URL: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045/udb/890>
10. Вестник Московского Университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика. - URL: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9166/udb/890>
11. Вестник Псковского государственного университета. Серия: Естественные и физико-математические науки. – URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=37511>
12. Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – URL: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/71206/udb/2630>
13. Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. URL: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/71227/udb/2630>
14. Математика в высшем образовании. - URL: https://e.lanbook.com/journal/2368#journal_name
15. Математика и ее приложения. Журнал Ивановского математического общества. – URL: http://elibrary.ru/title_about.asp?id=32863
16. Математические заметки СВФУ. Научно-исследовательский институт математики Северо-Восточного федерального университета им. М.К. Аммосова (Якутск). – URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1443590>
17. Математические методы и модели: теория, приложения и роль в образовании. Ульяновский государственный технический университет (Ульяновск). – URL: <https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=54645>
18. Математические труды. Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН (Новосибирск). – URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1389771>
19. Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона (Киров). – URL: <https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=28395>
20. Математический форум (Итоги науки. Юг России). Южный математический институт Владикавказского научного центра Российской академии наук и Правительства Республики Северная Осетия-Алания (Владикавказ). – URL: <https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=32642>
21. Математическое образование. Фонд математического образования и просвещения (Москва). – URL: <http://elibrary.ru/contents.asp?issueid=1408321>

6 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС «Университетская библиотека ONLINE» [учебные, научные издания, первоисточники, художественные произведения различных издательств; журналы; мультимедийная коллекция: аудиокниги, аудиофайлы, видеокурсы, интерактивные курсы, экспресс-подготовка к экзаменам, презентации, тесты, карты, онлайн-энциклопедии, словари] : сайт. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red.
2. ЭБС издательства «Лань» [учебные, научные издания, первоисточники, художественные произведения различных издательств; журналы] : сайт. – URL: <http://e.lanbook.com>.
3. ЭБС «Юрайт» [раздел «ВАША ПОДПИСКА: Филиал КубГУ (г. Славянск-на-Кубани): учебники и учебные пособия издательства «Юрайт»] : сайт. – URL: <https://www.biblio-online.ru/catalog/E121B99F-E5ED-430E-A737-37D3A9E6DBFB>.
4. Научная электронная библиотека. Монографии, изданные в издательстве Российской Академии Естествознания [полнотекстовый ресурс свободного доступа] : сайт. – URL: <https://www.monographies.ru/>.
5. Научная электронная библиотека статей и публикаций «eLibrary.ru» : российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины, образования [5600 журналов, в открытом доступе – 4800] : сайт. – URL: <http://elibrary.ru>.
6. КиберЛенинка : научная электронная библиотека [научные журналы в полнотекстовом формате свободного доступа] : сайт. – URL: <http://cyberleninka.ru>.
7. Единое окно доступа к образовательным ресурсам : федеральная информационная система свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для всех уровней образования: дошкольное, общее, среднее профессиональное, высшее, дополнительное : сайт. – URL: <http://window.edu.ru>.
8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов [для общего, среднего профессионального, дополнительного образования; полнотекстовый ресурс свободного доступа] : сайт. – URL: <http://fcior.edu.ru>.
9. Энциклопедиум [Энциклопедии. Словари. Справочники : полнотекстовый ресурс свободного доступа] // ЭБС «Университетская библиотека ONLINE» : сайт. – URL: <http://enc.biblioclub.ru/>.
10. Электронный каталог Кубанского государственного университета и филиалов. – URL: <http://212.192.134.46/MegaPro/Web/Home/About>.

7 Методические указания для студентов по освоению дисциплины

При изучении дисциплины «Теория меры и интеграла» студенты часть материала должны проработать самостоятельно. Роль самостоятельной работы велика.

Планирование самостоятельной работы студентов по дисциплине «Теория меры и интеграла» необходимо проводить в соответствии с уровнем подготовки студентов к изучаемой дисциплине. Самостоятельная работа студентов распадается на два самостоятельных направления: на изучение и освоение теоретического лекционного материала, и на освоение методики решения практических задач.

При всех формах самостоятельной работы студент может получить разъяснения по непонятным вопросам у преподавателя на индивидуальных консультациях в соответствии с графиком консультаций. Студент может также обратиться к рекомендуемым преподавателем учебникам и учебным пособиям, в которых теоретические вопросы изложены более широко и подробно, чем на лекциях и с достаточным обоснованием.

Консультация – активная форма учебной деятельности в педвузе. Консультацию предваряет самостоятельное изучение студентом литературы по определенной теме. Качество консультации зависит от степени подготовки студентов и остроты поставленных перед преподавателем вопросов.

Основной частью самостоятельной работы студента является его систематическая подготовка к практическим занятиям. Студенты должны быть нацелены на важность качественной подготовки к таким занятиям. При подготовке к практическим занятиям студенты должны освоить вначале теоретический материал по новой теме занятия, с тем чтобы использовать эти знания при решении задач. Затем просмотреть объяснения решения примеров, задач, сделанные преподавателем на предыдущем практическом занятии, разобраться с примерами, приведенными лектором по этой же теме. Решить заданные примеры. Если некоторые задания вызвали затруднения при решении, попросить объяснить преподавателя на очередном практическом занятии или консультации.

Для работы на практических занятиях, самостоятельной работы во внеаудиторное время, а также для подготовки к экзамену рекомендуется использовать методические рекомендации к практическим занятиям. При подготовке к тестированию необходимо повторить материал, рассмотренный на практических занятиях, прорешать соответствующие задачи или примеры, убедиться в знании необходимых формул, определений и т. д. При подготовке к коллоквиумам студентам приходится изучать указанные преподавателем темы, используя конспекты лекций, рекомендуемую литературу, учебные пособия. Ответы на возникающие вопросы в ходе подготовки к коллоквиуму и контрольной работе можно получить на очередной консультации.

Ряд тем и вопросов курса отведены для самостоятельной проработки студентами. При этом у лектора появляется возможность расширить круг изучаемых проблем, дать на самостоятельную проработку новые интересные вопросы. Студент должен разобраться в рекомендуемой литературе и письменно изложить кратко и доступно для себя основное содержание материала. Преподаватель проверяет качество усвоения самостоятельно проработанных вопросов на практических занятиях, контрольных работах, коллоквиумах и во время экзамена. Затем корректирует изложение материала и нагрузку на студентов.

Для получения практического опыта решения задач по дисциплине «Вводный курс математики» на практических занятиях и для работы во внеаудиторное время предлагается самостоятельная работа в форме практических работ. Контроль над выполнением и оценка практических работ осуществляется в форме собеседования.

Таким образом, использование всех рекомендуемых видов самостоятельной работы дает возможность значительно активизировать работу студентов над материалом курса и повысить уровень их усвоения.

В освоении дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья большое значение имеет индивидуальная учебная работа (консультации) – дополнительное разъяснение учебного материала.

Индивидуальные консультации по предмету являются важным фактором, способствующим индивидуализации обучения и установлению воспитательного контакта между преподавателем и обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья.

8 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

8.1 Перечень информационных технологий

Компьютерное тестирование по итогам изучения разделов дисциплины. Проводится в компьютерном классе, оснащенном персональными ЭВМ и соответствующим программным обеспечением (ПО).

8.2 Перечень необходимого программного обеспечения

1. Офисный пакет приложений «Apache OpenOffice»
2. Приложение позволяющее просматривать и воспроизводить медиаконтент PDF-файлов «Adobe Acrobat Reader DC»
3. Программы, демонстрации видео материалов (проигрыватель) «WindowsMediaPlayer».
4. Программа просмотра интернет контента (браузер) « Google Chrome »
5. Офисный пакет приложений «LibreOffice»
6. Офисный пакет приложений «Microsoft Office Professional Plus 2007 Russian Academic»
7. Текстовый редактор «Notepad++»
8. Программа файловый архиватор «7-zip»
9. Двухпанельный файловый менеджер «FreeCommander»
10. Программа просмотра интернет контента (браузер) «Mozilla Firefox»

8.3 Перечень информационных справочных систем

1. Федеральный центр образовательного законодательства : сайт. – URL: <http://www.lexed.ru>.
2. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования. – URL: <http://www.fgosvo.ru>.
3. Научная электронная библиотека статей и публикаций «eLibrary.ru» : российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины, образования [база данных Российского индекса научного цитирования] : сайт. – URL: <http://elibrary.ru>.
4. Энциклопедиум [Энциклопедии. Словари. Справочники : полнотекстовый ресурс свободного доступа] // ЭБС «Университетская библиотека ONLINE» : сайт. – URL: <http://enc.biblioclub.ru/>.
5. ГРАМОТА.РУ – справочно-информационный интернет-портал. – URL: <http://www.gramota.ru>.
6. Электронный каталог Кубанского государственного университета и филиалов. – URL: <http://212.192.134.46/MegaPro/Web/Home/About>.

9 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№	Вид работ	Материально-техническое обеспечение дисциплины и оснащенность
1	Лекционные занятия	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)

2	Семинарские занятия	Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
3	Групповые (индивидуальные) консультации	Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук) и соответствующим программным обеспечением (ПО)
4	Текущий контроль (текущая аттестация)	Учебная аудитория для проведения текущего контроля, оснащенная персональными ЭВМ и соответствующим программным обеспечением (ПО)
5	Самостоятельная работа	Помещение для самостоятельной работы, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», программой экранного увеличения и обеспеченный доступом в электронную информационно-образовательную среду филиала университета. Читальный зал библиотеки филиала.

Автор-составитель д-р физ.-мат. наук, профессор А.Б. Шишкин